

Cuvânt-înainte.....	5
Teste de evaluare inițială	6
I. NUMERE NATURALE	
1. Scrierea și citirea numerelor naturale. Sirul numerelor naturale.	
Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor	13
2. Compararea numerelor naturale. Ordinea numerelor naturale. Proprietăți. Probleme de estimare	16
3. Adunarea numerelor naturale, proprietăți. Scăderea numerelor naturale	18
4. Înmulțirea numerelor naturale	21
5. Factorul comun	23
6. Împărțirea cu restul zero a numerelor naturale	25
7. Împărțirea cu rest a numerelor naturale	27
8. Ridicarea la putere cu exponent număr natural. Proprietăți	30
9. Operații cu puteri: adunarea, scăderea, înmulțirea și împărțirea	33
10. Ordinea efectuării operațiilor în exerciții fără sau cu paranteze	35
Teste de evaluare	39
11. Noțiunea de divizor; noțiunea de multiplu. Divizibilitatea cu 10, 2, 5, 3 și 9	42
12. Media aritmetică a două numere naturale, cu rezultat număr natural	45
13. Metoda reducerii la unitate. Metoda comparației.....	47
14. Metoda figurativă	48
15. Metoda mersului invers	49
16. Metoda falsei ipoteze	51
Teste de evaluare	52
II. FRACTII ORDINARE	
1 Fracții ordinare: echiunitare, subunitare, supraunitare. Fracții echivalente	55
2. Compararea fracțiilor cu același numitor/numărător, reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare	57
3. Scoaterea și introducerea întregilor în fracții	58
4. Amplificarea și simplificarea fracțiilor ordinare	59
5. Cel mai mic multiplu comun. Aducerea fracțiilor la un numitor comun. Adunarea și scăderea fracțiilor	61
6. Înmulțirea fracțiilor; puteri; împărțirea fracțiilor	63
7. Aflarea unei fracții dintr-un număr natural. Procent	66
Teste de evaluare	68
III. FRACTII ZECIMALE	
1.Fracții zecimale. Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale. Transformarea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule într-o fracție ordinară	71
2. Aproximări la ordinul zecimilor, sutimilor. Rotunjire	75
3. Compararea și ordonarea fracțiilor zecimale. Reprezentarea fracțiilor zecimale pe axa numerelor	76
4. Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale care au un număr finit de zecimale nenule	78
5: Înmulțirea fracțiilor zecimale care au un număr finit de zecimale nenule	81
6. Ridicarea la putere cu exponent natural a unei fracții zecimale care are un număr finit de zecimale nenule	82

7. Transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule, prin împărțire sau prin amplificare pentru a obține numitorul putere a lui 10	84
8. Transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală cu un număr infinit de zecimale nenule: fracții periodice simple și mixte	86
9. Împărțirea unei fracții zecimale finite la un număr natural nenul și împărțirea unui număr natural la o fracție zecimală finită	90
10. Împărțirea a două fracții zecimale finite	92
11. Transformarea unei fracții zecimale în fracție ordinară	93
12. Număr rațional pozitiv. Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale pozitive	95
13. Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracții	99
14. Probleme de organizare a datelor; frecvență; date statistice organizate în tabele, grafice cu bare și/sau cu linii; media unui set de date statistice	100
<i>Teste de evaluare</i>	105
IV. ELEMENTE DE GEOMETRIE ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ	
1. Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment. Distanța dintre două puncte. Simetricul unui punct față de alt punct	109
2. Unghi. Măsura unui unghi. Drepte perpendiculare	112
3. Calcule cu măsuri de unghiuri exprimate în grade și minute sexagesimale	116
4. Triunghiul, patrulaterul, cercul: prezentare prin descriere și desen, elemente (laturi, unghiuri, centru, raze, diagonale). Figuri congruente. Simetria, axa de simetrie și translația: prezentare intuitivă	117
5. Unități de măsură pentru lungime; perimetre; transformări	121
6. Unități de măsură pentru arie; transformări. Aria pătratului și aria dreptunghiului	124
7. Unități de măsură pentru volum	127
8. Unități de măsură pentru capacitate. Transformări	129
9. Unități de măsură pentru masă. Transformări	131
<i>Modele pentru teze</i>	134
<i>Teste sumative</i>	140
INDICAȚII ȘI SOLUȚII	
<i>Teste de evaluare inițială</i>	147
I. NUMERE NATURALE	149
II. FRACTII ORDINARE	161
III. FRACTII ZECIMALE	165
IV. ELEMENTE DE GEOMETRIE ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ	177
<i>Modele pentru teze</i>	181
<i>Teste sumative</i>	182

1. Fracții ordinare: echiunitare, subunitare, supraunitare. Fracții echivalente

Important!

Definiție: Câțul neefectuat dintre numerele naturale a și b , $b \neq 0$, scris sub forma $\frac{a}{b}$ se numește **fracție**.

- O fracție subunitară este o fracție care are numărătorul mai mic decât numitorul.
Dacă $a < b$, atunci $\frac{a}{b} < 1$ (fracția este subunitară).
- O fracție echiunitară este o fracție care are numărătorul egal cu numitorul.
Dacă $a = b$, atunci $\frac{a}{b} = 1$ (fracția este echiunitară).
- O fracție supraunitară este o fracție care are numărătorul mai mare decât numitorul.
Dacă $a > b$, atunci $\frac{a}{b} > 1$ (fracția este supraunitară).
- Două fracții $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$, cu a, b, c, d numere naturale, $b, d \neq 0$, se numesc **echivalente** dacă $a \cdot d = b \cdot c$. Scriem $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Exerciții și probleme pentru fixarea cunoștințelor

1. Fie fracțiile $\frac{3}{2}, \frac{0}{1}, \frac{15}{15}, \frac{2^0}{1}, \frac{2^4}{4^2}, \frac{6^2}{12^1}, \frac{5^2}{2^5}, \frac{3^2}{2^3}$. Enumerați dintre acestea:
a) fracțiile subunitare; b) fracțiile echiunitare; c) fracțiile supraunitare.
2. Se consideră fracțiile cu numărătorul 5 și numitorul număr natural mai mic sau egal cu 10. Scrieți fracțiile:
a) subunitare; b) echiunitare; c) supraunitare.
3. Care dintre următoarele afirmații este adevărată?
 a) „ $\frac{0^{2011}}{2011^0}$ este fracție subunitară”; b) „ $\frac{1^{2011}}{1^{2012}}$ este fracție echiunitară”;
 c) „ $\frac{2^6}{5^3}$ este fracție supraunitară”.
4. Să se afle fracțiile cu numărătorii diferiți de zero și care îndeplinesc, în același timp, următoarele condiții:
a) au numitorii mai mici decât 5 și mai mari decât 1; b) sunt subunitare.
Reprezentați pe axa numerelor fracțiile ordinare determinate.
5. Fie $\frac{a}{b}$ una dintre fracțiile $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$.
a) Alegând o unitate de măsură convenabilă, reprezentați fracțiile $\frac{a}{b}$ pe axa numerelor.
b) Aflați numerele naturale consecutive m, n astfel încât $m < \frac{a}{b} < n$.
6. Fie sirul de fracții: $\frac{2}{1}, \frac{4}{3}, \frac{6}{5}, \dots$. Ce fracție ocupă locul al 5-lea în sir? Dar al 50-lea?

Exerciții și probleme pentru aprofundarea cunoștințelor

1. Fie a unul dintre numerele 1, 3, 5 și b unul dintre numerele 3 sau 5. Aflați:

- a) fracțiile $\frac{a}{b}$ subunitare; b) fracțiile $\frac{a}{b}$ echiunitare; c) fracțiile $\frac{a}{b}$ supraunitare.

2. Fie a un divizor al lui 15 mai mare ca 3, iar b un multiplu al lui 5 cel mult egal cu 15.

Scrieți prin enumerarea fracțiilor $\frac{a}{b}$:

- a) subunitare; b) echiunitare; c) supraunitare.

3. Determinați numerele naturale x pentru care următoarele fracții sunt supraunitare:

- a) $\frac{5}{x+1}$; b) $\frac{7}{2x+1}$; c) $\frac{2x}{x+3}$.

4. Determinați numerele naturale x pentru care următoarele fracții sunt subunitare:

- a) $\frac{7}{x+5}$; b) $\frac{x^2+1}{10}$; c) $\frac{5x-7}{3x+1}$.

5. Determinați x astfel încât $\frac{\overline{1}x + \overline{x}1}{55}$ să fie echiunitară, $\overline{1}x$ și $\overline{x}1$ sunt numere scrise în baza 10.

6. Să se determine toate fracțiile de forma $\frac{\overline{1}x}{\overline{x}1}$, știind că $\overline{1}x$ numărătorul și $\overline{x}1$ numitorul sunt numere prime.

7. Determină x dacă $\frac{\overline{x}9}{63} = \frac{7}{9}$.

Exerciții și probleme pentru performanță

1. Să se scrie fracțiile cu numărătorii diferiți de zero și care îndeplinesc, în același timp, următoarele condiții:

- a) au numitorii mai mici decât 4 și mai mari decât 1; b) nu sunt supraunitare.

2. Aflați perechile de numere naturale (x, y) pentru care:

- a) fracția $\frac{x^2+y^2}{25}$ este echiunitară; b) fracția $\frac{x^2+y^2}{9}$ este subunitară.

3. Determinați numărul $n \in \mathbb{N}$ astfel încât fracția

$$\frac{1+2+\dots+n}{10100-10099+10098-10097+\dots+2-1}$$

să fie echiunitară.

4. Aflați numerele naturale $m, n \in \mathbb{N}$ știind că fracția $\frac{2^{2m+1} \cdot 3^{2n} + 4^m \cdot 9^n}{108}$ este echiunitară.

5. Care dintre următoarele afirmații este adevărată?

- a) „ $\frac{2^{30}}{3^{20}}$ este fracție supraunitară”;

- b) „dacă $(x, y, z) = (1, 2, 3)$, fracția $\frac{9}{x^2+y^2+z^2}$ este subunitară”.

6. Câte fracții subunitare se pot forma cu elementele mulțimii $A = \{1, 2, 3, \dots, 2065\}$?

Dar fracții supraunitare?

Important!

- Dintre două fracții cu același numitor, fracția cu numărătorul mai mare este mai mare.
Dacă $m > n$, atunci $\frac{m}{p} > \frac{n}{p}$.
- Dintre două fracții cu același numărător, fracția cu numitor mai mic este mai mare.
Dacă $n < p$, atunci $\frac{m}{n} > \frac{m}{p}$.
- Relația $\frac{m}{n} > \frac{p}{q}$ este echivalentă cu $mq > np$.
- Pentru a reprezenta o fracție ordinată $\frac{a}{b}$ pe axa numerelor procedăm astfel: considerăm unitatea axei u ; o împărțim în b părți și luăm pe axă o părțe. Spunem că punctul A are coordonata $\frac{a}{b}$ și notăm $A\left(\frac{a}{b}\right)$.

Exerciții și probleme pentru fixarea cunoștințelor

1. Scrie în ordine crescătoare:

a) $\frac{5}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}$; b) $\frac{5}{7}, \frac{3}{7}, \frac{1}{7}$; c) $\frac{4}{5}, \frac{4}{3}, \frac{4}{7}$.

2. Scrie în ordine descrescătoare:

a) $\frac{9}{3}, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}$; b) $\frac{5}{3}, \frac{5}{7}, \frac{5}{2}$; c) $\frac{6}{4}, \frac{6}{5}, \frac{6}{7}$.

3. Reprezintă pe axa numerelor fracțiile:

a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{12}{7}$; c) $\frac{9}{10}$.

Exerciții și probleme pentru aprofundarea cunoștințelor

1. Comparați fracțiile:

a) $\frac{1}{3}$ și $\frac{2}{5}$; b) $\frac{9}{5}$ și $\frac{5}{3}$; c) $\frac{6}{7}$ și $\frac{5}{6}$.

2. Reprezintă pe axa numerelor fracțiile:

a) subunitare de forma $\frac{3x+1}{5}$, x număr natural; b) supraunitare de forma $\frac{6}{2x+1}$, x număr natural.

3. Află x număr natural știind că fracțiile:

a) $\frac{3}{5}$ și $\frac{x}{60}$ sunt echivalente; b) $\frac{13}{x}$ și $\frac{26}{8}$ sunt echivalente.

Respect pentru oameni și cărti

- Aflați valorile lui n număr natural pentru care $\frac{n+5}{n-4}$ este număr natural.
- Stabiliți natura fracției ordinare $\frac{3^{300}}{5^{200}}$.

3. Scoaterea și introducerea întregilor în fracții

Important!

- O fracție de forma $a\frac{p}{q}$ se numește mixtă, cu partea întreagă a și se citește "a întregi și $\frac{p}{q}$ ".
- Pentru a scoate întregii dintr-o fracție împărțim numărătorul la numitor, câtul reprezintă întregii, iar fracția $\frac{p}{q}$ are ca numărător restul, iar ca numitor, împărțitorul.

$$a = b \times c + r, r < b,$$
 împărțind egalitatea la b obținem $\frac{a}{b} = c\frac{r}{b}.$
- Introducând întregii în fracție, obținem o nouă fracție cu același numitor, iar numărătorul este suma dintre numărătorul fracției și produsul dintre întreg și numitor. $c\frac{a}{b} = \frac{c \cdot b + a}{b}$

Exerciții și probleme pentru fixarea cunoștințelor

- Scoate întregii din fracție: a) $\frac{60}{3}$; b) $\frac{38}{9}$; c) $\frac{68}{23}$; d) $\frac{2064}{85}$; e) $\frac{5024}{49}$; f) $\frac{308}{19}$.
- Introdu întregii în fracție: a) $3\frac{2}{3}$; b) $4\frac{9}{5}$; c) $16\frac{6}{7}$; d) $9\frac{113}{114}$; e) $63\frac{7}{9}$; f) $53\frac{9}{13}$.
- Află x număr natural dacă: a) $3\frac{x}{3} = \frac{29}{3}$; b) $5\frac{9}{x} = \frac{44}{7}$; c) $x\frac{3}{4} = \frac{51}{4}$.

Exerciții și probleme pentru profundarea cunoștințelor

- Introdu întregii în fracții cu numitorul 5 și numărătorul cel mai mic posibil nenul:
 a) 7; b) 8; c) 14.
- Scoateți întregii din următoarele fracții: a) $\frac{2064}{101}$; b) $\frac{2065}{202}$; c) $\frac{2066}{203}$.

Exerciții și probleme pentru performanță

987654321

- Scoateți întregii din fracțiile $\frac{12345789}{12345789}$.
- Scrie numărul 10 ca sumă de două fracții mixte, una de 5 ori mai mare ca cealaltă.

a) Ce procent din întreaga producție reprezintă afișele?

b) Organizați în tabelul de mai jos datele privitoare la toate sortimentele de jucării, procentele pe care le reprezintă din întreaga producție și prețurile jucăriilor din fiecare categorie.

Tip marfă	Păpuși	Mașini	Plușuri	Seturi construcție	Cuburi	Mingi	Vapoare	Afișe
Procente								
Preț								

Problemă pentru performanță

Toți elevii unei clase s-au calificat la olimpiadele de matematică și de limba română.

Știind că 4 elevi, care reprezintă $\frac{1}{10}$ din numărul total al elevilor, s-au calificat la ambele materii, iar cei calificați doar la matematică reprezinta o treime din cei calificați doar la limba română, aflați câți elevi sunt în clasă și câți sunt calificați la matematică.

(O.M. Mureș 2009, faza județeană)

Teste de evaluare

Test 1

- (2p) 1. Reprezentați pe axa numerelor fracțiile: $\frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{3}{4}$.
- (1,5p) 2. Scrieți: a) cea mai mare fracție subunitară care are numitorul 9; b) cea mai mică fracție supraunitară care are numărătorul 22; c) trei fracții echivalente cu fracția $\frac{2}{3}$.
- (2p) 3. Aflați toate fracțiile $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere naturale, $b \neq 0$, dacă $5 < a < 9; 6 \leq b < 8$.
- (1,5p) 4. Calculați: a) $\frac{1}{3}$ din 120 kg; b) $\frac{2}{5}$ din 135 km; c) $\frac{3}{8}$ din $\frac{5}{9}$ din 72.
- (2p) 5. Determinați numărul natural x astfel încât $\frac{5}{4x} \geq \frac{5}{8}$.

Se acordă un punct din oficiu. Timp de lucru efectiv: 50 min.

Test 2

- (1,5p) 1. Scrieți: a) trei fracții subunitare; b) trei fracții echivalentă; c) trei fracții supraunitare.
- (2p) 2. Determinați: a) numărul natural a pentru care fracția $\frac{3a - 16}{a}$ este echivalentă; b) numărul natural n pentru care fracția $\frac{7}{2n - 1}$ este supraunitară.

(2p) 3. Ordonați crescător următoarele fracții:

a) $\frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{1}{12}, \frac{10}{12}, \frac{4}{12}$; b) $\frac{5}{8}, \frac{5}{4}, \frac{5}{16}, \frac{5}{20}$.

(2p) 4. a) Simplificați fracțiile următoare astfel încât să se obțină fracții ireductibile:

$$\frac{54, 120}{72}, \frac{3^2 \cdot 5^4 \cdot 13^3}{540}, \frac{5^6 + 5^5 + 5^4}{3^4 \cdot 5^5 \cdot 13^2}, \frac{5^8 + 5^7 + 5^6}{5^8 + 5^7 + 5^6}.$$

b) Scrieți cinci fracții diferite cuprinse între $\frac{1}{4}$ și $\frac{1}{2}$.

(1,5p) 5. Comparați: $\frac{2011}{2010}$ cu $\frac{2010}{2009}$.

Se acordă un punct din oficiu. Timp de lucru efectiv: 50 min.

Test 3

(1,5p) 1. Să se calculeze:

a) $\frac{2}{9}$ din 279; b) $\frac{3}{10}$ din 7500; c) 25 % din 480.

(1,5p) 2. Să se compare fracțiile :

a) $\frac{3}{5}$ cu $\frac{7}{15}$; b) $\frac{12}{19}$ cu $\frac{6}{7}$.

(3p) 3. Să se calculeze:

a) $\frac{5}{12} + \frac{9}{12} - \frac{2}{12}$; b) $\frac{7}{70} + \frac{11}{110} + \frac{101}{1010}$; c) $\frac{9}{2} - \left[\frac{11}{8} - \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{24} \right) \right] - \frac{19}{6}$

(2p) 4. Un elev a economisit într-un an 480 lei. La sfârșitul anului a cheltuit $\frac{7}{12}$ din ei pentru procurarea unui telefon mobil și apoi 35% din rest pentru un joc. Cu câți lei a rămas?

(1p) 5. Să se determine numărul natural x astfel încât:

a) fracția $\frac{9}{2x+1}$ să fie supraunitară; b) fracția $\frac{5x-1}{x+11}$ să fie echivalentă.

Se acordă un punct din oficiu. Timp de lucru efectiv: 50 min.

Test 4

(2p) 1. Să se simplifice următoarele fracții:

a) $\frac{10+20}{60}$; b) $\frac{2+4+6+\dots+100}{3+6+9+\dots+150}$.

(3p) 2. Să se calculeze: a) $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$; b) $\frac{9}{10} - \frac{4}{10}$; c) $\frac{120}{180} + \frac{420}{840} + \frac{505}{1010}$.

(1p) 3. Să se determine numerele naturale n pentru care:

a) $\frac{n+2}{7} \leq \frac{5}{7}$; b) $\frac{13}{n} > \frac{13}{7}$.

(1p) 4. Să se afle n , număr natural, pentru care $\frac{2}{3} < \frac{n+1}{7} < \frac{5}{2}$.

(2p) 5. Maria și-a propus să citească o carte de 320 de pagini în patru zile. Ea a citit în prima zi $\frac{3}{8}$ din numărul paginilor, iar a doua zi $\frac{2}{5}$ din rest. Câte pagini va citi în ultimele zile dacă în fiecare zi va citi același număr de pagini?

Se acordă un punct din oficiu. Timp de lucru efectiv: 50 min.

Test 5

(2p)

1. Calculați:

Respect pentru omni și cărti
a) $\frac{5}{3} \cdot \frac{9}{6} \cdot \frac{3}{10}$; b) $\frac{5}{3} : \frac{15}{7} : \frac{28}{9}$; c) $\frac{7}{12} \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \right) : \frac{49}{144}$.

(2p)

- 2. a)** Stabilește cel mai mare divizor comun al numerelor 202^{303} și 303^{202} .
b) Compara numerele 202^{303} și 303^{202} .

(1p)

3. Calculează:

- a) o treime și jumătate din 100;
b) 18% din 250.

(4p)

- 4. La un supermarket din 800 tone de făină s-au vândut într-o zi 25%, a doua zi 20% din rest, a treia zi 30% din noul rest. Câte tone de făină s-au vândut în fiecare zi și ce cantitate de făină a mai rămas?**

Se acordă un punct din oficiu. Timp de lucru efectiv: 50 min.